文章编号: 0255-8297(2001)01-0085-04

二热源制冷机的统一描述

杨惠山[1], 严子浚[2]
(1. 泉州师范学院 物理系, 福建 泉州 362000;
2. 厦门大学 物理系, 福建 厦门 361005)

摘 要: 应用有限时间热力学理论, 对一类以理想气体为工质的二热源制冷机作统一的描述, 导得制冷机的基本优化关系, 并讨论了回热损失和回热时间对制冷率和制冷系数的影响. 所得结果具有普遍意义, 可为卡诺制冷机、斯特林制冷机、埃里克森制冷机等一类二热源机的研制和优化设计等提供新的理论指导.

关键词: 二热源制冷机; 统一描述; 有限时间热力学
中图分类号: O414; TK123 文献标识码: A

A Characterization of Two-heat-source Refrigerators

YANG Hui-shan[1], YAN Zi-jun[2]
(1. *Department of Physics, Quanzhou Normal College, Quanzhou* 362000, *China*;
2. *Department of Physics, Xiamen University, Xiamen* 361005, *China*)

Abstract By using finite-time thermodynamic theory, unified description a characterization is made of a class of two-heat-source refrigerators using an ideal gas as working fluid is achieved. The fundamental optimal relation of the refrigerators is derived, and the effect of regenerative loss and regenerative time on the cooling rate and coefficient of performance is discussed. The results obtained here have general significance. They may provide some new theoretical guidance for the manufacture and the optimal design of a class of two-heat-source refrigerators, such as Carnot refrigerators, Stirling refrigerators, Ericsson refrigerators, and so on.

Key words two-heat-source refrigerator; unified description; finite-time thermodynamics

自有限时间热力学理论提出后, 许多学者应用它对热机、制冷机、热泵等的优化性能进行研究, 获得大量成果, 已在热机、制冷机和热泵的模型评估及优化设计等方面得到越来越多的应用. 本文应用有限时间热力学理论, 对一类以理想气体为工质的二热源制冷机作统一描述, 并对其性能进行优化分析; 得到二热源制冷机普遍的基本优化关系式, 并作了讨论, 所得结果具有普遍意义.

1 制冷机模型

本文所采用的二热源制冷循环 $abcda$ 如图所示, 它由两个温度分别为 T_1 和 T_2 的等温过程 (ab 和 cd) 和两个热容 C 相同的回热过程 (bc 和 da) 组成, 满足以下四点:

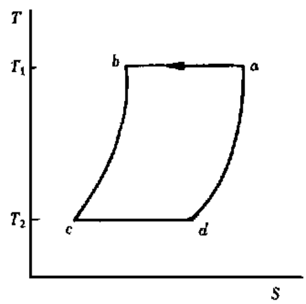

图 二热源制冷循环示意图

收稿日期: 1999-06-22; 修订日期: 2000-05-02
作者简介: 杨惠山 (1964-), 男, 福建惠安人, 副教授.

(1) 工质为 n 摩尔理想气体, 作稳定流动, 状态方程为

$$pV = nR_0T \tag{1}$$

其中 p、V、T 分别为工质的压强、体积和温度, R_0 为普适气体常数, n 为摩尔数.

(2) 工质与热源间存在热阻, 热交换服从牛顿定律, 从而两等温过程的温度 T_1 (高温)和 T_2 (低温)不同于高温和低温热源的温度 T_H 和 T_L, 满足 $T_1 > T_H > T_L > T_2$, 工质放出和吸收的热量分别为

$$Q_1 = \mathrm{T}(T_1 - T_H)t_1 \tag{2}$$

$$Q_2 = \mathrm{U}(T_L - T_2)t_2 \tag{3}$$

式中 T、U 分别为工质与高、低温热源间的传热系数, t_1 和 t_2 分别为工质的各部分与高、低温热源接触传热的放热和吸热时间.

(3) 考虑回热损失, 并设回热器效率为 Z_R, 则每循环的回热损失可表示为[1,2]

$$\Delta Q_R = nC(1 - \mathrm{Z}_R)(T_1 - T_2) \tag{4}$$

式中 C 为工质在回热过程的摩尔热容.

(4) 考虑回热时间, 设工质在回热过程中的温度 T 随时间 t 作均匀变化, 满足下式[3,4]

$$\mathrm{d}T/\mathrm{d}t = \pm D \tag{5}$$

其中 $D > 0$, 其值与回热过程进行的方式和回热材料的性质等有关, 正、负号分别对应于升、降温过程. 对于非均匀的变化, D 表示温度随时间的平均变化率.

2 基本优化关系

由式(1)和热力学第一定律可得

$$Q_1 = nR_0T_1\ln(V_2/V_1) \tag{6}$$

$$Q_2 = nR_0T_2\ln(V_2/V_1) \tag{7}$$

式中 V_2/V_1 为等温膨胀比. 根据前述循环模型, 并注意到回热器和工质经一循环后必须恢复到各自的原状态才能继续正常工作, 可知考虑回热损失后, 每循环向高温热源放出的热量 Q_H 和从低温热源吸收的热量 Q_L 分别为[2]

$$Q_H = Q_1 - \Delta Q_R = nR_0T_1\ln(V_2/V_1) - nC(1 - \mathrm{Z}_R)(T_1 - T_2) \tag{8}$$

$$Q_L = Q_2 - \Delta Q_R = nR_0T_2\ln(V_2/V_1) - nC(1 - \mathrm{Z}_R)(T_1 - T_2) \tag{9}$$

而由式(2)、(3)和(5)可得循环周期为

$$\mathrm{f} = t_1 + t_2 + 2(T_1 - T_2)/D \tag{10}$$

再由式(8)~(10)可得制冷机的制冷系数和制冷率分别为

$$\mathrm{X} = Q_L/(Q_H - Q_L) = T_2/(T_1 - T_2) - A \tag{11}$$

$$R = Q_L/\mathrm{f} = \frac{T_2 - A(T_1 - T_2)}{T_1/[\mathrm{T}(T_1 - T_H)] + T_2/[\mathrm{U}(T_L - T_2)] + d(T_1 - T_2)} \tag{12}$$

其中 $A = C(1 - \mathrm{Z}_R)/[R_0\ln(V_2/V_1)]$, $d = 2/[nR_0D\ln(V_2/V_1)]$.

应用优化方法, 由式(11)和(12)消去 T_1 可得

$$R = \cfrac{\mathrm{X}}{\cfrac{(1 + \mathrm{X} + A)(\mathrm{X} + A)}{\mathrm{T}[(1 + \mathrm{X} + A)T_2 - (\mathrm{X} + A)T_H]} + \cfrac{\mathrm{X} + A}{\mathrm{U}(T_L - T_2)} + d} \tag{13}$$

再应用极值条件 $(\partial R/\partial T_2)_{\mathrm{X}} = 0$, 由式(13)不难求得制冷机的制冷率与制冷系数间的优化关系, 即基本优化关系

$$R = \frac{KT_L\mathrm{X}[1 + \mathrm{X} + A - (\mathrm{X} + A)T_H/T_L]}{(\mathrm{X} + A)(\mathrm{X} + A + 1) + dKT_L[\mathrm{X} + A + 1 - (\mathrm{X} + A)T_H/T_L]} \tag{14}$$

其中 $K = \mathrm{TU}/(\sqrt{\mathrm{T}} + \sqrt{\mathrm{U}})^2$. 这时两等温过程的温度, 即最佳工作温度, 分别为

$$T_{1m} = \frac{(\mathrm{T}/\mathrm{U})^{\frac{1}{2}}(\mathrm{X} + A)T_H + (1 + \mathrm{X} + A)T_L}{[1 + (\mathrm{T}/\mathrm{U})^{\frac{1}{2}}](\mathrm{X} + A)} \tag{15}$$

$$T_{2m} = \frac{(\mathrm{T}/\mathrm{U})^{\frac{1}{2}}(\mathrm{X} + A)T_H + (1 + \mathrm{X} + A)T_L}{[1 + (\mathrm{T}/\mathrm{U})^{\frac{1}{2}}](1 + \mathrm{X} + A)} \tag{16}$$

式(14)是二热源制冷机的一个普遍的基本优化关系式, 由它既可推出一些普遍结论, 又可导出各种二热源制冷机诸如卡诺制冷机、斯特林制冷机和埃里克森制冷机等的优化性能. 例如, 由它可推出二热

源制冷机的最大制冷率及其相应的制冷系数以及给定制冷率下的最小熵产率分别为

$$R_{\max}=\frac{K T_{L}\varepsilon_{m}(\varepsilon_{c}-\varepsilon_{m}-A)}{\varepsilon_{c}(\varepsilon_{m}+A)(1+\varepsilon_{m}+A)+dKT_{L}(\varepsilon_{c}-\varepsilon_{m}-A)} \tag{17}$$

$$\varepsilon_{m}=\frac{A+\dfrac{\varepsilon_{c}(A+dKT_{L})}{A\varepsilon_{c}-dKT_{L}}-\sqrt{\left[A+\dfrac{\varepsilon_{c}(A+dKT_{L})}{A\varepsilon_{c}-dKT_{L}}\right]\left[A+1+\dfrac{\varepsilon_{c}(A+dKT_{L}+\varepsilon_{c}+\varepsilon_{c}^{2})}{A\varepsilon_{c}-dKT_{L}}\right]}}{\varepsilon_{c}(1+\varepsilon_{c})/(dKT_{L}-A\varepsilon_{c})-1} \tag{18}$$

$$\sigma=R\,[\varepsilon(R)^{-1}-\varepsilon_{c}^{-1}]/T_{H} \tag{19}$$

其中 $\varepsilon_c=T_L/(T_H-T_L)$为卡诺制冷系数, 而 $\varepsilon(R)$为给定制冷率下的最大制冷系数 (它由式(14)所确定). 将式(17)和(18)代入式(19)可得最大制冷率时的最小熵产率为

$$\sigma_{m}=R_{\max}(\varepsilon_{m}^{-1}-\varepsilon_{c}^{-1})/T_{H} \tag{20}$$

式(20)刻划了二热源制冷机在最大制冷率时所不可避免的最小不可逆损失. 有限时间热力学之所以对实际更有指导意义, 就在于它能确定这类不可避免的最小不可逆损失.

3 讨论和结论

(1) 由式(14)可知, 当 $\varepsilon=0$和 $\varepsilon=\varepsilon_c-A=\varepsilon_{\max}$时, $R=0$, 而在 $0<\varepsilon<\varepsilon_{\max}$区域中, 均有 $R>0$. 但 ε的合理取值范围不应小于 ε_m 而应满足 $\varepsilon_m\leqslant\varepsilon<\varepsilon_{\max}$, 因为当 $\varepsilon<\varepsilon_m$ 时, 制冷机的制冷率和制冷系数都比 $R_{\max}$工况点的小, 制冷机就不足以运转于最佳工况. 有限时间热力学理论能确定 $R_{\max}$, ε_m和 $\varepsilon_{\max}$等一类对实际更有指导意义的新参数界限, 此即这种新理论的优越之处, 很值得重视.

(2) 式(14)之所以具有普遍意义而可用于各种类型的二热源制冷机, 主要在于其中的 A 和 d (亦即 C和 D)这两个参数可取各种各样的不同数值. 例如, 将它用于卡诺制冷机时, 取 $A=0$(无回热); 用于斯特林制冷机时, 取 $C=C_p$; 用于埃里克森制冷机时, 取 $C=C_p+R_0$; 而 D 的取值则决定于各自的回热过程或绝热过程的具体性质. 还值得指出, 并非内可逆卡诺制冷机都有 $d=0$, $D\to\infty$. 因为实际绝热过程的进行也需要时间, 当它不能忽略时就必须把 D 视为有限值. 只不过在一些讨论中, 为了突出热阻所产生的根本性影响, 才需要忽略绝热过程进行的时间[5,6].

(3) 由式(5)可知 $D\to\infty$相当于 $d=0$, 它有两种情况. 一种是 $t=0$, 即回热过程或绝热过程的时间可忽略. 这时只要取 $d=0$, 式(14)就表示了回热或绝热过程时间可忽略的二热源制冷机的基本优化关系, 此时若 $A=0$, 可推出文献[6]所导得的卡诺制冷机的基本优化关系等. 另一种是 $t=$常数, 即回热过程的时间是给定的. 而由式(10)可知, 这时 t_1+t_2亦为常数, 但比循环周期 τ小, 故式(12)和(14)应改写成

$$R=(a+b)\times\frac{T_{2}-A(T_{1}-T_{2})}{T_{1}/[\alpha(T_{1}-T_{H})]+T_{2}/[\beta(T_{L}-T_{2})]} \tag{21}$$

$$R=K(a+b)T_{L}\left(\frac{1}{\varepsilon+A}-\frac{T_{H}/T_{L}}{\varepsilon+A+1}\right) \tag{22}$$

这与文献[7]的结果一致. 其中 $a=t_1/\tau$, $b=t_2/\tau$.

(4) 由于卡诺制冷机的 $A=0$, 故在相同的 d 下, 由式(14)可知, 卡诺制冷机在给定制冷系数 (或制冷率)时的制冷率 (或制冷系数)一般说来比相应的回热式制冷机的大; 而对回热式制冷机, C越小的越大 (如斯特林制冷机比埃里克森制冷机的大), 除非回热器的效率 $\eta_R=1$. 因此, C越大的回热式制冷机越是要注意提高其回热器效率. 在理想回热的情况下, 回热式制冷机的制冷系数趋于卡诺制冷系数.

(5) 由式(14)可知, 在相同的 A 下, 制冷机在给定制冷系数 (或制冷率)时的制冷率 (或制冷系数)一般说来随 d增大而减小. 而在理想情况下, $d=0$, 此时制冷系数 (或制冷率)最大.

(6) 式(14)尚可推广应用于其他工质的二热源制冷机. 例如以范德瓦尔斯气体为工质时, 只要用 $(V_2-nb)/(V_1-nb)$取代 A 表达式中的 V_2/V_1. 又例如以满足居里定律的顺磁质为工质的斯特林制冷机, 只要用平均等磁化强度热容 C_M 取代 C, 并注意到工质在等温过程的熵变这时为 $\mu_0(M_2^2-M_1^2)/(2c)$ (其中 c为居里常数), 而不是以理想气体为工质时的 $nR_0\ln(V_2/V_1)$, 式(14)便成为磁斯特林制冷机的基本优化关系[3].

(7) 对二热源制冷机作统一的描述, 不仅可得到具有普遍意义和广泛应用的结果, 而且可使二热

源机的有限时间热力学理论系统化. 这有利于建立更为系统的有限时间热力学理论, 从而可更好地应用于实际问题.

参考文献:

[1] 边绍雄. 小型低温制冷机 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1983. 45.

[2] 田鑫泉, 严子浚. 一类不可逆斯特林制冷机的基本优化关系 [J]. 低温与超导, 1994, 22(2): 1-7.

[3] 林国星, 严子浚. 铁磁质斯特林制冷循环的优化分析 [J]. 工程热物理学报, 1994, 15(4): 357-360.

[4] Chen J, Yan Z. The general performance characteristics of a Stirling refrigerator with regenerative losses [J]. J Phys D Appl Phys, 1996, 29: 987-990.

[5] 严子浚. 卡诺制冷机的最佳制冷系数与制冷率间的关系 [J]. 物理, 1984, 13(12): 768-770.

[6] Yan Z, Chen J. A class of irreversible Carnot refrigeration cycles with a general heat transfer law [J]. J Phys D Appl Phys, 1990, 23: 136-141.

[7] 严子浚. 斯特林制冷机的最佳制冷系数和制冷率间的关系 [J]. 低温与超导, 1995, (1): 23-25.

下期发表论文摘要预报

非费克质量传递的“瞬态薄层”模型

蒋方明, 刘登瀛

(中国科学院 工程热物理研究所, 北京 100080)

摘 要: 提出了超常质量传递的“瞬态薄层”模型—— 在超常质量传递条件下, 紧靠介质内受质量扰动的位置, 存在一“薄层”区域. 该薄层内的质量传递必须考虑非费克效应; 而在此薄层外, 介质内其他部分的质量传递仍近似符合费克定律; “薄层”区域边界上的质量传递满足连续性边界条件. 文中以受脉冲质量源扰动的质量传递过程为例, 采用类似于非傅里叶导热方程的双曲线非费克质量传递方程来描述该“薄层”内的非费克质量传递, 并用有限差分结合 MacCormack预测-校正法对其进行了数值求解. 在分析介质内出现的非费克效应的同时, 得出了“瞬态薄层”厚度与介质的质松弛时间、质扩散率以及质量扰动的强度和瞬时性强弱的相关关系.